Шифр

13 ноября 2019 года

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ
2019/2020 УЧЕБНОГО ГОДА

Комплект заданий для учеников 10 классов

Номер задания	Макс. балл	Баллы
1	7	
2	7	
3	7	
4	7	
5	7	
6	7	
Общий балл	42	

Председатель жюри:

_________________ (____________________)

Члены жюри:

_________________ (____________________)

_________________ (____________________)

_________________ (____________________)

Уважаемый участник Олимпиады!

1. Решение математической задачи включает не только ответ, но и рассуждение, приводящее к этому ответу. Приведённый ответ без соответствующего рассуждения не может рассматриваться как решение задачи и оценивается не более чем 10 процентами полного балла за задачу (если только решение задачи не подразумевает приведение конкретного примера). Задача признается решённой, если в предложенном тексте достаточно явно изложены все идеи, необходимые для получения и обоснования ответа. В зависимости от того, насколько исчерпывающе эти идеи раскрыты, решённая задача оценивается от 50 до 100 процентов от полного балла.

2. Во время тура запрещается пользоваться справочной литературой, микрокалькуляторами, средствами мобильной связи.

3. В геометрических задачах допускается выполнение чертежей ручкой и/или «от руки», без использования чертёжных приборов. Использование чертёжных инструментов не запрещено.

4. При проверке оценивается только математическое содержание работы. Оценка не снижается за небрежность почерка, орфографические, грамматические и стилистические ошибки, грязь и т.п (если они не препятствуют пониманию решения). Однако, аккуратное оформление улучшает понимание Вашего рассуждения и положительно сказывается на оценке жюри.

5. Задачи не обязательно решать в том порядке, в котором они указаны в тексте.

6. Все задачи равноценны и оцениваются из 7 баллов за задачу.

Максимальная оценка — 42 балла.

Время на выполнение заданий — 4 часа.

Желаем вам успеха!

10.1. В конкурсе, в котором участвовало 5 человек, было несколько вопросов. На каждый вопрос один из участников дал неправильный ответ, а остальные — правильные. Число правильных ответов у Пети равно 10 — это меньше, чем у любого другого. Число правильных ответов у Васи равно 13 — это больше, чем у любого другого. Сколько вопросов было в конкурсе? Ответ обоснуйте.

10.2. Можно ли в выражении $\frac{1}{2} * \frac{1}{3} * \frac{1}{4} * \frac{1}{5} * \frac{1}{6} * \frac{1}{7} * \frac{1}{8}$ вместо знаков $*$ так расставить знаки плюс и минус, чтобы модуль этого выражения стал меньше $\frac{1}{500}$?

10.3. Докажите, что при любом натуральном числе n и при любом действительном α имеет место двойное неравенство

$$\frac{2}{3} < \frac{1}{n+\sin^2\alpha} + \frac{1}{n+2\sin^2\alpha} + \ldots + \frac{1}{n+(2n+1)\sin^2\alpha} \leqslant 3.$$

10.4. На плоскости проведены три попарно пересекающиеся прямые: l, p, q. С помощью циркуля и линейки постройте на прямых l и p соответственно точки A и B так, чтобы отрезок AB был перпендикулярен прямой q и делился этой прямой пополам. Определите, сколько решений имеет задача в зависимости от взаимного расположения прямых l, p, q?

10.5. Пусть $(x+\sqrt{x^2+1})(y+\sqrt{y^2+1}) = 1$. Найдите все значения, которые может принимать число $x+y$, и докажите, что других значений быть не может.

10.6. Точку внутри выпуклого пятиугольника соединили с его вершинами, в результате чего пятиугольник оказался разбитым на 5 равных между собой неравнобедренных треугольников. Докажите, что эти треугольники прямоугольные.